

## ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΩΝ ΝΕΟΠΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΟΓΚΩΝ

*B. X. Παναγιωτοπούλου<sup>1</sup> και Γ. Φραγκογιάννης<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Εργαστήριο Εφαρμοσμένων Μαθηματικών, Τμήμα Χημικών Μηχανικών  
Πανεπιστημίου Πατρών, Πάτρα.*

Ορισμένες μεταλλάξεις στο γενετικό υλικό έχουν ως αποτέλεσμα την μετατροπή των φυσιολογικών κυττάρων σε νεοπλασματικά. Αρχικά οι νεοπλασματικοί όγκοι τροφοδοτούνται με τα απαραίτητα θρεπτικά συστατικά μέσω απλής διάχυσης μέχρι να φθάσουν ένα ορισμένο, συμμετρικό σχήμα. Για περαιτέρω ανάπτυξη τους, οι όγκοι καταφεύγουν είτε στην εισβολή σε γειτονικούς ιστούς είτε στην αγγειογένεση, μέσω μηχανικών και βιοχημικών μηχανισμών. Ο Greenspan (1976) μελέτησε την επίπτωση των επιφανειακών διαταραχών σε νεοπλασίες με αρχικά σφαιρικό σχήμα και εστίασε στην ανάλυση ευσταθών και ασταθών μορφών και περιπτώσεων. Οι ευσταθείς περιπτώσεις αναφέρονται σε νεοπλασίες που επανακτούν το αρχικό συμμετρικό σφαιρικό σχήμα τους, ενώ οι ασταθείς καταστάσεις οδηγούν σε περίπλοκα σχήματα και πολλές φορές σε προ-αγγειογενετικές νεοπλασίες. Σύντομα, ακολούθησαν και άλλες δημοσιεύσεις με επεκτάσεις και τροποποιήσεις αυτού του μοντέλου (Alarcon et al (2005), Preziosi (2003), Tracqui (2009) και Roose et al. (2007)). Οι πιο σημαντικές εξελίξεις περιλαμβάνουν αλλαγές στην υπόθεση της σφαιρικής συμμετρίας (Alarcon et al (2005)), διαφοροποίηση των κυτταρικών πληθυσμών (Ward & King (1997)) και χρήση αριθμητικών μεθόδων για την ανάλυση της ευστάθειας (Li et al (2007)).

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται η ανάλυση της ευστάθειας στην περίπτωση ενός ελλειψοειδούς όγκου. Η θεώρηση του νεοπλασματικού όγκου ως ελλειψοειδές προκύπτει από κλινικές παρατηρήσεις μέσω ιατρικών απεικονιστικών μεθόδων. Πιο συγκεκριμένα, σε νεοπλασματικούς και καρκινικούς στήθους (Warnir et al (1996) και Aleman- Flores et al (2004)), καθώς και σε νεοπλασίες ωοθηκών (Feldman et al (2004)) παρατηρήθηκε ελλειψοειδές σχήμα. Επίσης, πειράματα σε *in vivo* (Warnir et al (1996)) και *in vitro* (Mills et al (2014)) καλλιέργειες νεοπλασματικών κυττάρων προτείνουν το ελλειψοειδές ως καταλληλότερο σχήμα για την προσέγγιση της νεοπλασίας έναντι του σφαιρικού σχήματος. Στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας, επιβάλλονται επιφανειακές διαταραχές, οι οποίες εξαρτώνται από τις γωνιακές μεταβλητές του ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων  $(\mu, \nu)$ , στο αρχικό αδιατάρακτο μοντέλο για τον ελλειψοειδή όγκο (Dassios et al (2012)). Μέσω πολύπλοκων υπολογισμών, οι οποίοι οφείλονται στην πολυπλοκότητα του ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων, καταλήγουμε είτε σε 64 διαφορετικές περιπτώσεις διαταραχών, τόσες όσες και οι συναρτήσεις  $Lame$  1<sup>ου</sup> είδους που έχουν αναλυτική μορφή, είτε στους 64 πρώτους όρους μιας απειροσειράς που προσομοιάζει την επιφανειακή διαταραχή. Εδώ

παρουσιάζονται μερικές από τις περιπτώσεις που παρουσιάζουν κάποιο υπολογιστικό ή βιολογικό ενδιαφέρον. Η εργασία ολοκληρώνεται με σύγκριση των αποτελεσμάτων με αντίστοιχα της βιβλιογραφίας, ιδιαίτερα όσον αφορά την προσέγγιση των κλινικών παρατηρήσεων.