

# Εξέταση της ευστάθειας της ροής κατά την εκβολή ενός ιξοδοελαστικού ρευστού μεταξύ παράλληλων πλακών

Διονύσης Πέττας<sup>1</sup>, Γιώργος Καραπέτσας<sup>2</sup>, Ιωάννης Τσαμόπουλος<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών 26054 Πάτρα

<sup>2</sup> Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας 38334 Βόλος

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Κατά την κατεργασία πολυμερών πολλές φορές, σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας, εμπλέκεται η εκβολή ιξοδοελαστικών ρευστών από διατομές ποικίλων σχημάτων. Αυτό το γεγονός καθιστά σημαντική την κατανόηση των φαινομένων που κάνουν την εμφάνιση τους στη ροή αυτή. Κατά τη διεργασία αυτή το ρευστό διογκώνεται στην έξοδο του αγωγού και επιπλέον μετά από μια κρίσιμη τιμή της διαμητρικής τάσης (γύρω στο 0.1 – 0.3 MPa) και καθώς αυτή αυξάνεται περαιτέρω είναι δυνατόν να εμφανιστούν διαδοχικά τέσσερις ποιοτικά διαφορετικές αστάθειες, οι οποίες επηρεάζουν σημαντικά την ποιότητα του τελικού προϊόντος. Οι αστάθειες αυτές είναι ένα σημαντικό πρόβλημα για τη βιομηχανία και τα τελευταία 40 χρόνια έχουν μελετηθεί από διάφορους ερευνητές (Cogswell, 1977; Kalika & Denn, 1987; Kissi & Piau & Toussaint, 1997), ωστόσο η κατανόηση των μηχανισμών που οδηγούν σε αστάθεια είναι μέχρι σήμερα ελλιπής. Πολύ πρόσφατα οι Karapetsas & Tsamopoulos (2013) παρουσίασαν μια θεωρητική μελέτη στην οποία πραγματοποίησαν γραμμική ανάλυση ευστάθειας του προβλήματος «stick-slip» (δηλαδή της εκβολής στο όριο που το ρευστό έχει πάρα πολύ μεγάλη επιφανειακή τάση) και έδειξαν ότι η ροή γίνεται ασταθής μετά από μια κρίσιμη τιμή του αριθμού Weissenberg.

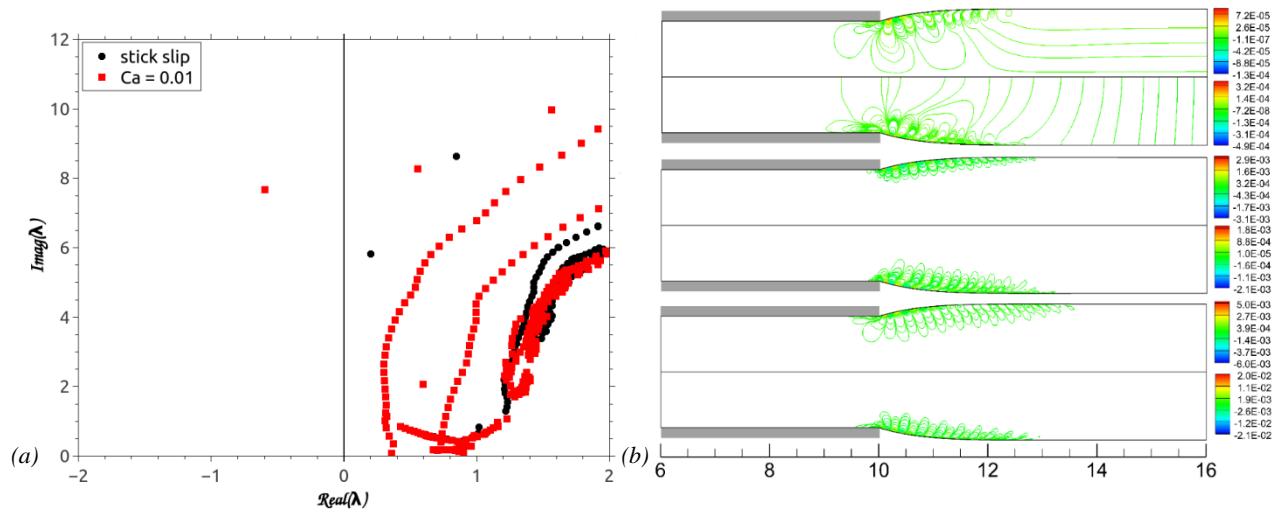
Στην παρούσα εργασία εξετάσαμε περιπτώσεις που οι τριχοειδείς δυνάμεις είναι πεπερασμένες και την εκβολή πολυμερούς που ακολουθεί το μοντέλο Phan-Tien & Tanner από επίπεδο αγωγό. Επομένως, προκαλείται διόγκωση του πολυμερούς αμέσως μετά την έξοδο του λόγω των σημαντικών κάθετων ελαστικών τάσεων. Οι ιδιοτιμές των γραμμικοποιημένων εξισώσεων υπολογίστηκαν με την μέθοδο Arnoldi. Μέρος του φάσματος των νέων ιδιοτιμών που υπολογίσαμε για  $Ca=0.01$  δίδεται στο σχήμα 1(a). Παρατηρούμε τη μετατόπισή τους προς τα αριστερά (δηλαδή παρατηρείται αυξημένη αστάθεια) σε σχέση με τις αντίστοιχες ιδιοτιμές του προβλήματος «stick-slip» ( $Ca=0$ ). Τα νέα αποτελέσματα της ανάλυσης ευστάθειας υποδεικνύουν ότι η ροή γίνεται ασταθής καθώς ο αριθμός Weissenberg ( $Wi$ ), ο οποίος είναι ένα μέτρο της ελαστικότητας του υλικού, αυξάνεται πάνω από μια κρίσιμη τιμή για δεδομένο τριχοειδή αριθμό, λόγω μιας διακλάδωσης Hopf, οπότε και η ροή γίνεται περιοδική στον χρόνο. Η παραμετρική ανάλυση απέδειξε ότι η κρίσιμη τιμή του αριθμού Weissenberg καθώς και η ιδιοσυχνότητα της διαταραχής εξαρτώνται από τις ρεολογικές ιδιότητες του μοντέλου. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ο κρίσιμος αριθμός  $Wi_c$  παρουσιάζει μη-μονότονη εξάρτηση από τον τριχοειδή αριθμό ( $Ca$ ). Οι κρίσιμες αυτές τιμές που υπολογίσαμε είναι σε καλή συμφωνία με τα σχετικά πειράματα (Cogswell, 1977; Kalika & Denn, 1987; Kissi and Piau 1997). Επιπλέον, το αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα της ασταθούς ιδιοτιμής (Σχήμα 1(b)) υποδηλώνει ότι το νέο πεδίο ροής θα έχει περιοδική συμπεριφορά κατά μήκος της ροής και θα εκτείνεται σε απόσταση από το ιδιάζον σημείο ίση με 2-5 φορές τη διατομή της ροής για τους διάφορους τριχοειδείς αριθμούς. Η διαταραχή εντοπίζεται κυρίως στην εξωτερική επιφάνεια του ρευστού, κάτι που παρατηρήθηκε και στο πρόβλημα «stick-slip» (Karapetsas & Tsamopoulos, 2013). Εξετάζοντας και το ενεργειακό ισοζύγιο των γραμμικοποιημένων εξισώσεων, συμπεραίνουμε ότι ο μηχανισμός που προκαλεί την αστάθεια είναι συνδυασμός της πολύ

μεγάλης αύξησης των πεδίων ταχύτητας και τάσεων στο χείλος του εκβόλου (ιδιάζον σημείο) με την ισχυρά εκτατική ροή του πολυμερούς μόλις αυτό εξέρχεται από το έκβολο και ιδιαίτερα στην ελεύθερη επιφάνειά του.

Ευχαριστίες: Οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν την οικονομική υποστήριξη του προγράμματος «Αριστεία» (FilcoMitra, αριθμός παραχώρησης 1918) στον Ι.Τ. και στον Δ.Π. και τη Δράση «Ενίσχυση Μεταδιδακτόρων Ερευνητών/τριών» (EIFVM, αριθμός παραχώρησης PE8/906) στον Γ.Κ., με την συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής ένωσης.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. N. El Kissi, J. M. Piau, F. Toussaint, “Sharkskin and cracking of polymer melt extrudates”, J. Non-Newt. Fluid Mech. 68 (1997) 271-290
2. D. S. Kalika and M. M. Denn, “Wall slip and extrudate distortion in linear low-density polyethylene,” J. Rheol. 31, 815–834 (1987)
3. F. N. Cogswell, “Stretching flow instabilities at the exits of extrusion dies,” J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2, 37–47 (1977).
4. G. Karapetsas and J. Tsamopoulos, “On the stick-slip flow from slit and cylindrical dies of a Phan-Thien and Tanner fluid model. II. Stability analysis,” Phys. Fluids 21, 123101 (2013)



Σχήμα 1: (a) η σύγκριση του προβλήματος stick-slip με την ροή εκβολής αριθμός,  $Wi=2.5$ ,  $Ca=0.01$ , το οποίο αποδεικνύει ότι η αστάθεια αναπτύσσεται αργότερα στην ροή “stick-slip”. (b) Ιδιοδιάνυσμα το οποίο ανήκει στην ασταθή ιδιοτιμή  $\lambda=-0.982+i18.522$  για  $Wi=2.0$ ,  $Ca=0.5$ ,  $\varepsilon=0.10$ ,  $\beta=0$ ,  $l_1=10$ ,  $l_2=25$ . Ισοϋμείς καμπύλες (a)  $v'_y$ ,  $v'_x$  (b)  $P'$ ,  $\tau'_{yy}$  (c)  $\tau'_{yx}$ ,  $\tau'_{xx}$