

# Προσομοίωση διαφασικών ροών ασυμπίεστων Νευτώνειων ρευστών βάσει της εξίσωσης Cahn-Hilliard

Γιάννης Βασιλόπουλος<sup>1</sup>, Γιάννης Δημακόπουλος<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Τμήμα Χημικών Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, 26054 Πάτρα

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η ροή διαφασικών ρευστών εμφανίζεται σε πολλές τεχνολογικές εφαρμογές στον χώρο της βιομηχανίας: εξόρυξη πετρελαίου από το υπέδαφος, μικροτεχνολογικές εφαρμογές, καταλυτικές διεργασίες. Ενδεικτικοί τύποι διαφασικών ροών που εμφανίζονται σε αυτές τις διεργασίες, είναι η εναπόθεση μιας σταγόνας πάνω σε κάποια στερεή επιφάνεια [1], η διαστρωματοποιημένη ροή [2]. Στην παρούσα εργασία μας απασχολεί η μοντελοποίηση και η προσομοίωση της επικάλυψης ευθείας και βηματικής τοπογραφίας σε διαστάσεις μικρομέτρων με ένα ιδιαίτερα ιξώδες λεπτό στρώμα ρευστού. Για αυτό το λόγο θεωρούμε τη χρονικά μεταβαλλόμενη διαστρωματοποιημένη διαφασική ροή Νευτώνειων ρευστών μέσα σε κανάλι.

Η δυσκολία στην προσομοίωση τέτοιου τύπου ροών έγκειται στην περιγραφή της κίνησης της διεπιφάνειας και στην εφαρμογή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών. Προκειμένου να αποφύγουμε τέτοιου είδους προβλήματα, θεωρήσαμε μια συνεχή θεώρηση των εξισώσεων Cahn-Hilliard, του ισοζυγίου της ορμής και της εξίσωσης της συνέχειας. Η εξίσωση Cahn-Hilliard προκύπτει από θερμοδυναμικές θεωρήσεις [3] και είναι μία διαφορετική έκφραση της εξίσωσης διατήρησης μάζας της κάθε μιας φάσης. Η διεπιφάνεια θεωρείται ένα διάχυτο στρώμα το οποίο είναι πεπερασμένου και πολύ λεπτού πάχους που καθώς διαπερνάται υπάρχει ομαλή μετάβαση των φυσικών ιδιοτήτων των ρευστών όπως της πυκνότητας και του ιξώδους [3]. Το σύστημα των δύο φάσεων χαρακτηρίζεται από μια ελεύθερη ενέργεια Helmholtz [4], που κατά ένα μέρος οφείλεται στις δύο ομογενείς φάσεις όπως επίσης και στην ανομοιογενή περιοχή της διεπιφάνειας. Η ενέργεια αυτή αποδίδει με τη σειρά της το χημικό δυναμικό του συστήματος το οποίο είναι το αίτιο διάχυσης μάζας. Η μάζα διαχέεται από περιοχές με υψηλό χημικό δυναμικό σε περιοχές με χαμηλό χημικό δυναμικό έως ότου το χημικό δυναμικό αποκτήσει μια σταθερή τιμή σε όλο τον χώρο.

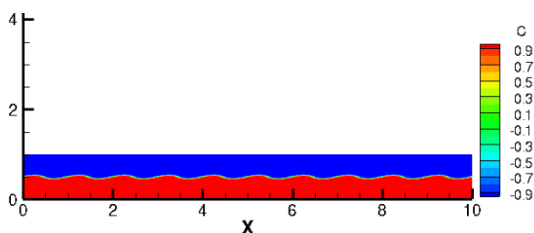
Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση του συζευγμένου συστήματος εξισώσεων είναι κεντρικές πεπερασμένες διαφορές 2<sup>ης</sup> τάξης ακρίβειας. Σε κανάλι καρτεσιανής γεωμετρίας θέτουμε αρχικά σε ηρεμία δύο στρώματα Νευτώνειων ρευστών των οποίων η διεπιφάνεια έχει ημιτονοειδή μορφή. Τα ρευστά έχουν ίδιες πυκνότητες και λόγο ιξώδων 0.1, ενώ οι υπόλοιπες αδιάστατες ιδιότητες είναι  $Cn = 10^{-2}$ ,  $Pe = 10^3$ ,  $Re = 2$ ,  $We = 0.01$ ,  $\rho = 1$ ,  $\eta = 0.1$ ,  $\delta = 10^{-3}$ . Ως κινούσα δύναμη θέτουμε μία σταθερή διαφορά πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου του αγωγού. Παίρνοντας αποτελέσματα για τις ταχύτητες, την πίεση και την συγκέντρωση παρατηρείται ότι η επιφανειακή τάση η οποία υπολογίζεται μέσω της Cahn-Hilliard τείνει να κάνει επίπεδη τη διεπιφάνεια μεταξύ των δύο ρευστών. Στο σχ. 1 παρατηρούμε τον σχηματισμό οδεύοντων κυμάτων σε χρόνο  $t = 0.21$  και στο σχ. 2 την αξονική συνιστώσα της ταχύτητας στην αντίστοιχη χρονική στιγμή, η οποία παρουσιάζει αρνητικές τιμές που υποδηλώνουν την ύπαρξη τοπικών στροβιλισμών γύρω από την διεπιφάνεια. Πρόδηλα το πάχος της διεπιφάνειας είναι πεπερασμένο λόγω της τιμής του αριθμού  $Cn$ . Για την περαιτέρω μείωση του αριθμού  $Cn$ , αναπτύξαμε ένα νέο ευσταθές αριθμητικό σχήμα που μας επιτρέπει την προσομοίωση διεπιφανειών

μικρότερου πάχους. Μια πλήρη παραμετρική μελέτη έχει πραγματοποιηθεί που παρουσιάζει την εξάρτηση της κατανομής του ιζώδους υμένα από τις συνθήκες της ροής.

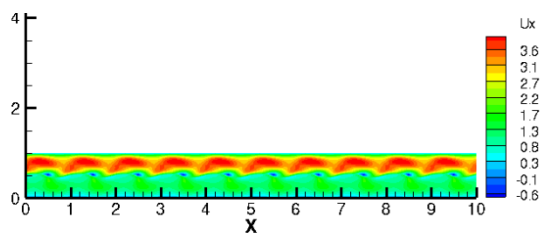
Ευχαριστίες: Οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν την οικονομική υποστήριξη του προγράμματος «Αριστεία» (FilcoMicra, αριθμός παραχώρησης 1918), με την συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής ένωσης.

## Αναφορές

- [1]. J. Kim, Phase-Field Models for Multi-Component Fluid Flows, *Comm. Comput. Phys.* **12** (2012), 613-661.
- [2]. M. Zacharioudaki, C. Kouris, Y. Dimakopoulos and J. Tsamopoulos, A direct comparison between volume and surface tracking methods with a boundary-fitted coordinate transformation and third-order upwinding, *J. Comp. Phys.* **227** (2007), 1428-1469.
- [3]. D. M. Anderson, G. B. McFadden and A. A. Wheeler, Diffuse-Interface Methods in Fluid Mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** (1998), 139-165.
- [4]. J.W. Cahn and J.E. Hilliard, Free energy of a nonuniform system. I: Interfacial energy, *J. Chem. Phys.* **28** (1958), 258.



Σχήμα 2: Κατανομή των δύο ρευστών σε  $t = 0.21$



Σχήμα 1:  $u_x$ -ταχύτητα σε  $t = 0.21$